

【問 1】数学	受験 番号	
---------	----------	--

(1) 以下の問に答えなさい。計算の過程も記すこと。

(a) 以下の関数 y の導関数 y' を求めなさい。

(i) $y = (\sin x^2)^{\cos x}$

(ii) $y = e^{x^x}$

(iii) $y = \tan^{-1} \left(\frac{1 - x^2}{1 + x^2} \right)$

なお、関数 $y = \tan(x)$ の逆関数を $x = \tan^{-1}(y)$ と記載する。

(b) 領域 V を $V = \{(x, y, z) | 0 \leq x - y \leq 2, 0 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 2\}$ とするとき、以下の問いに答えなさい。

(i) 領域 V を作図し、説明の上、領域 V の体積を求めなさい。

(ii) ヤコビアンを用いて、領域 V の体積を求めなさい。

(c) 以下の微分方程式を解きなさい。ただし、 y' は y の1階導関数とする。

(i) $y' + y \cdot \cos x = 0$ (変数分離型)

(ii) $y' + y \cdot \cos x = \cos x$ (1 階の線形微分方程式)

以下に記入すること

(1)

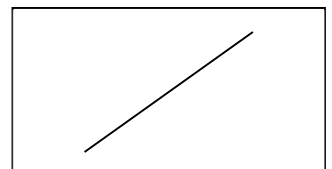
(a)

(i)

(ii)

(iii)

【裏面につづく】



以下に記入すること

(b)

(i)

(ii)

以下に記入すること

(c)

(i)

(ii)

【問 1】数学	受験 番号	
---------	----------	--

(2) 以下の問に答えなさい。計算の過程も記すこと。

- (a) 以下のように与えられている行列 A が直交行列となる時の実数 a 、 b 、 c の値を求めなさい。

$$A = \begin{pmatrix} a & 2a & a \\ b & 0 & -b \\ c & -c & c \end{pmatrix}$$

- (b) 以下のように与えられている行列 B の逆行列を求めなさい。

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

- (c) 以下のように与えられている行列 C のすべての固有値、および各固有値に対する固有ベクトルを求めなさい。また、行列 C が対角化可能か判定し、可能な場合は行列 C を対角化しなさい。

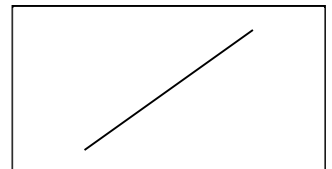
$$C = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -2 \\ 4 & 3 & 2 \\ 8 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

以下に記入すること

(2)

(a)

【裏面につづく】



以下に記入すること

(b)

以下に記入すること

(c)

【問 1】数学	受験 番号	
---------	----------	--

(3) 以下の問に答えなさい。計算の過程も記すこと。

- (a) 確率変数 X は以下の定数 C を用いる確率密度関数 $f(x)$ に従う。

$$f(x) = \begin{cases} C(2 - x^2) & (0 \leq x \leq 1) \\ 0 & (x < 0, 1 < x) \end{cases}$$

- (i) C の値を求めなさい。
(ii) X の分散を求めなさい。

- (b) y を変数 x の関数、 $f(x)$ を x の確率密度関数とする。 y 、 $f(x)$ が下記で与えられているとき、 y の期待値を求めなさい。

$$y = \begin{cases} 500 & (0 \leq x \leq 1) \\ 300x + 200 & (x < 0, 1 < x) \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-x + 10}{50} & (0 \leq x \leq 10) \\ 0 & (x < 0, 10 < x) \end{cases}$$

- (c) 袋の中に 6 面のサイコロが 3 つ入っている。2 つは通常のサイコロで、すべての目は等しい確率で出る。もう 1 つは歪んでおり、6 の目が出る確率は他の目が出る確率の 2 倍であるとする。袋からランダムにサイコロを 1 つ選び、1 回振ったところ、6 の目が出た。この場合、選んだサイコロが歪んだサイコロである確率を求めなさい。

以下に記入すること

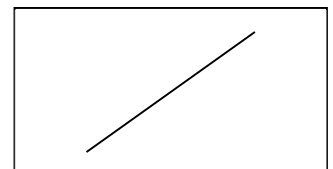
(3)

(a)

(i)

(ii)

【裏面につづく】



以下に記入すること

(b)

以下に記入すること

(c)