

【問 1】 数学	第 1 志望 コース		受験 番号	
----------	---------------	--	----------	--

(1) 以下の間に答えなさい。

- (a) $f(x)$ が n 回微分可能であるとき、 $f(x)$ の $x=a$ における有限テーラー展開は以下の式で表現でき、この式を満たす θ は $0 < \theta < 1$ に存在する。ただし、 $f^{(n)}(x)$ は $f(x)$ の n 階導関数を表しているとする。

$$f(x) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x-a)^k + \frac{f^{(n)}(a + \theta(x-a))}{n!} (x-a)^n$$

ここで、無限回微分可能な関数である $f(x) = e^x$ を考え、級数の第 4 項まで ($k=0$ から 3) を計算し、 e の値の近似値 (小数点以下第 2 位まで) を求めよ。また、得られた近似値に対する誤差の最大値を、有限テーラー展開の式を用い、 $e \approx 3$ として求めなさい。

- (b) 次の直交座標 (x, y) における積分値を、 x, y を極座標 (r, θ) で表記し、積分範囲を $r\theta$ 平面の領域に変換して求めなさい。結果だけでなく計算過程を示すこと。

$$\iint_D (x^2 + y^2) dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq a^2\}, \quad a > 0$$

- (c) 次の微分方程式を満たす関数 $y(x)$ (微分方程式の一般解) を求めなさい。ただし y, y', y'' はそれぞれ $y(x)$ 、その一階導関数、及び二階導関数を表しているとする。

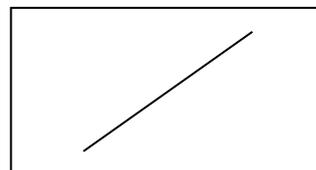
$$y'' - 2y' - 3y = e^{-x}$$

以下に記入すること

(1)

(a)

【裏面につづく】



以下に記入すること

(b)

以下に記入すること

(c)

【問 1】 数学	第 1 志望 コース		受験 番号	
----------	---------------	--	----------	--

(2) 以下の間に答えなさい。計算の過程も記すこと。

(a) 以下の行列 A に対して (i)～(iii) の間に答えなさい。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

(i) A の固有値および各固有値に対する固有ベクトルを求めなさい。

(ii) A を対角化しなさい。

(iii) A^n を求めなさい。ただし、 n は自然数である。

(b) 以下の連立 1 次方程式の解 x 、 y 、 z を、逆行列を導出し求めなさい。

$$\begin{cases} x + y - z = 6 \\ x + 2y + 3z = -1 \\ -3x - 2y + z = 5 \end{cases}$$

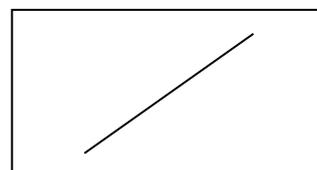
以下に記入すること

(2)

(a)

(i)

【裏面につづく】



以下に記入すること

(ii)

(iii)

以下に記入すること

(b)

【問 1】 数学	第 1 志望 コース		受験 番号	
----------	---------------	--	----------	--

(3) 以下の問に答えなさい。なお、正規分布は、(平均値) \pm (1.96 \times 標準偏差) の区間に 95% の確率密度を持つ。

(a) 次の文章を読んで以下の問に答えなさい。

平均値 μ 、標準偏差 σ の正規分布に従う確率変数 x がある。 x の標本を x_i ($i = 1 \sim N$) とする。 x_i を以下の関数 $f(x)$ (a, b は定数) に入力して得られた観測値を y_i とする。

$$f(x) = ax + b$$

(i) N が十分に大きいとき、観測値 y_i の平均値、標準偏差を答えなさい。

(ii) μ, σ は未知であるとする。観測値 y_i に基づいて μ の 95% 信頼区間を推定しなさい。なお、観測値 y_i の平均値は Y 、標準偏差は σ_y とする。

(b) 人口 N 人の A 国において、ある対象への支持、不支持を問う国民投票が行われた。この結果、支持の比率は p であった。以下の問に答えなさい。

(i) 国民投票に先立って行われた世論調査では、支持の比率が p と大きく乖離していた。世論調査の結果が国民投票の結果と大きく乖離した原因として、サンプル数に起因するもの、標本の選択方法にかかわるものが考えられる。①サンプル数、②標本の選択方法がそれぞれどのように推計結果の正確さに影響するか簡潔に説明しなさい。

(ii) 事前調査の結果から p を推計するとき、その 95% 信頼区間を $p \pm \Delta p$ とする。 $\Delta p \leq c$ となる最小のサンプル数を求めなさい。 c は 0 以上 1 未満の定数である。

以下に記入すること

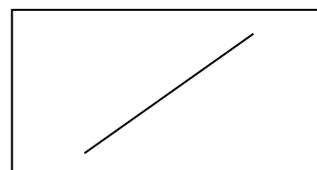
(3)

(a)

(i)

(ii)

【裏面につづく】



以下に記入すること

(b)

(i)

以下に記入すること

(ii)