環境・エネルギー工学専攻

物理【問 ２】	第１志望 コース		受験 番号	

（１）図 1-1 のように均質な材質で作られた半径 $2r$ [m]の中空円筒ローラーがあり、回転軸から半径 r [m]までの領域は中空になっている。中空円筒ローラーの質量は M [kg]である。この中空円筒ローラーを用いて力学実験を行った。以下の問に答えなさい。なお、重力加速度は g [m/s^2]とする。

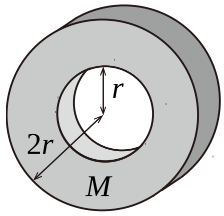

図 1-1 中空円筒ローラー

(a) 中空円筒ローラーの回転軸のまわりの慣性モーメント I [kg m^2]を r, M で表しなさい。

(b) 図 1-2 のように中空円筒ローラーを傾き β [rad]の傾斜面に手で置いて静止させ、静かに手を放した後、中空円筒ローラーは斜面を転がり降りた。ここで斜面と円板の間には、滑りはないとし、転がりの静止摩擦力のみがあるものとする。斜面を転がり降りる中空円筒ローラーの加速度 a [m/s^2]を g, β で表しなさい。

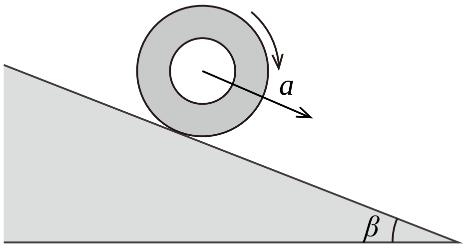

図 1-2 傾斜面を転がる中空円筒ローラー

(c) 次に、図 1-3 のように内径 R [m]（$R > 2r$）の円筒が水平面上に軸を水平にして床に固定されている。その中に中空円筒ローラーを入れ、変位を与えて静かに放し、周期 T [s]で微小振動させた。中空円筒ローラーと円筒内壁の間には、滑りはないとし、転がりの静止摩擦力のみがあるものとする。図中に示している O, H, G, P 点は常に同一鉛直面内にあり、それぞれ、O 点は円筒の中心軸上にあって、H 点は O 点を通る鉛直線と円筒の内壁が交わる点で、G 点は中空円筒ローラーの回転軸上にある。直線 OH と OG がなす角を θ とする。そして、P 点は中空円筒ローラーと円筒内壁が接する点である。中空円筒ローラーが最下位置にあるとき（すなわち P 点が H 点にある）を基準として、移動する中空円筒ローラーの G 点を回転の中心とする P 点の回転角を ϕ とする。したがって、中空円筒ローラーと円筒内壁の間に滑りはないため、常に $R\theta=2r\phi$ が成立している。この円筒の内径 R を r, g, T で表しなさい。

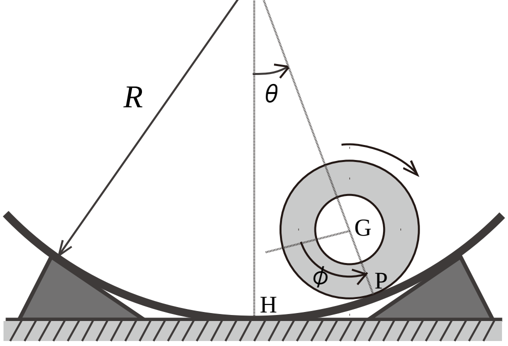

図 1-3 円筒内で微小振動する中空円筒ローラー

以下に記入すること

（１）

(a)

(b)

【裏面につづく】

以下に記入すること

(c)

以下に記入すること

物理【問 ２】	第１志望コース		受験番号	

（２）以下の問に答えなさい。

(a) n モルの理想気体の等温可逆膨張を考える。温度は T で一定、初期状態 i から終状態 f まで変化する。初期状態での体積を V_i、終状態での体積を V_f として以下の問に答えなさい。ただし、気体定数は R としなさい。

(i) このときの仕事 W を求めなさい。

(ii) (i)のときのエントロピー変化 ΔS を求めなさい。

(b) n モルの理想気体の断熱可逆膨張を考える。このとき温度は T_i から T_f まで、体積は V_i から V_f まで変化する。ここで、添字の i と f はそれぞれ初期状態と終状態を意味する。定積比熱 C_V が温度によらず一定として以下の問に答えなさい。ただし、気体定数は R としなさい。

(i) このときの内部エネルギーの変化 ΔU を求めなさい。

(ii) 断熱変化では $dU = dW$（dW : 理想気体が膨張するときにする仕事）であることを利用して以下の式を導出しなさい。

$$T_f = T_i\left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{1/c}$$

ただし、c は導出の過程で n、C_V および R を用いて定義しなさい。

(c) 内部エネルギー U、エントロピー S、体積 V がそれぞれ温度 T と圧力 p の関数であるとき（$U=U(T,p)$、$S=S(T,p)$、$V=V(T,p)$）、以下の問に答えなさい。ただし、気体定数は R としなさい。

(i) 以下の関係式が成り立つことを示しなさい。

$$\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - p\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$$

(ii) (i)の関係式を用いて、n モルの理想気体の内部エネルギー U が圧力 p に依存しないことを示しなさい。

以下に記入すること

（２）

(a)

(i)

(ii)

【裏面につづく】

以下に記入すること

(b)

(i)

(ii)

以下に記入すること

(c)

(i)

(ii)

環境・エネルギー工学専攻

物理【問 2】	第１志望 コース		受験 番号	

（３）以下の問に答えなさい。

光速 c と電荷密度 ρ ならびに真空の誘電率 ε_0 を用いたマクスウェル方程式は以下の①‐④式である。

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}\cdots ①$$

$$\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}\cdots ②$$

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{B}=0\cdots ③$$

$$c^2\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{B}=\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}+\frac{\boldsymbol{j}}{\varepsilon_0}\cdots ④$$

(a) 式③が式②の発散と共存できること（式②左辺の発散の成分を計算して、式②右辺の発散に式③を代入した結果と同じになること）を示しなさい。

(b) 任意の閉曲面 S の体積を V とした場合の任意ベクトル $\boldsymbol{C}$ に対するガウスの定理

$$\int_S \boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{n}\,da=\int_V \boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{C}\ dV$$

（$\boldsymbol{n}$ は S 上の面素 a に対する単位法線ベクトル）を用いて単位電荷が作る静電場における電荷密度 ρ が受けるクーロン力の式

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\rho}{r^2}$$

を導きなさい。r は電荷間の距離を表すものとする。

(c) 任意の曲面 S を囲む閉曲線を Γ とした場合の任意ベクトル $\boldsymbol{C}$ に対するストークスの定理

$$\oint_\Gamma \boldsymbol{C}\cdot d\boldsymbol{l}=\int_S (\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{C})\cdot\boldsymbol{n}\,da$$

を用いて磁束 Φ の時間変化が起電力を発生すること（ファラデーの法則）

$$\oint_\Gamma \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}=-\frac{d\Phi}{dt}$$

を導きなさい。$\boldsymbol{l}$ は閉曲線 Γ 上の線素である。

(d) 式④の発散をとることによって電荷保存の式

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{j}=-\frac{\partial\rho}{\partial t}$$

を導きなさい。

(e) 任意のベクトル場 $\boldsymbol{h}$ の 2 階微分の式 $\boldsymbol{\nabla}\times(\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{h})=\boldsymbol{\nabla}(\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{h})-\boldsymbol{\nabla}^2\boldsymbol{h}$ を用いて $\boldsymbol{j}=0,\rho=0$ で定義される空な空間では $\boldsymbol{E}$ と $\boldsymbol{B}$ が各々

$$\boldsymbol{\nabla}^2\boldsymbol{E}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}=0,\boldsymbol{\nabla}^2\boldsymbol{B}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{B}}{\partial t^2}=0$$

を満たすことを示しなさい。

(f) 式③に基づいて $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{A}$ と定義すると式②から

$$\boldsymbol{E}=-\boldsymbol{\nabla}\varphi-\frac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t}$$

と書けることを示しなさい。φ は静電ポテンシャルである。

以下に記入すること

（３）

(a)

(b)

【裏面につづく】

以下に記入すること

(c)

(d)

以下に記入すること

(e)

(f)