

| | | | | |
|--------------|-------------|-------------|----------|--|
| 環境・エネルギー工学専攻 | 第1志望 コース | 環境工学 コース | 受験 番号 | |
|--------------|-------------|-------------|----------|--|

平成 29 年度入学大学院前期課程

環境・エネルギー工学専攻 環境工学コース

基礎科目・専門科目 入試問題

【注意】

- ・ 指示があるまで問題解答用紙に触れないでください。
- ・ 下表の科目より、基礎科目 1 科目、専門科目 1 科目を選択して解答してください。
- ・ 解答開始後、解答する科目を下表の 4 列目に出題番号を書いて示してください。
- ・ 解答開始後、本紙および受験科目の問題解答用紙に第 1 志望コースと受験番号を必ず記入してください。また、受験科目の問題解答用紙に汚損や破損がないか確認してください。
- ・ 試験終了後、すべての問題解答用紙を回収します。
- ・ 体調不良で退室が必要な場合、トイレに行く必要がある場合、用紙の汚損、破損等があった場合、そのほか質問等がある場合は、挙手をして試験監督に知らせてください。

受験科目一覧

| 科目分類 | 科目名 | 出題番号 | 受験科目番号記入欄 (1～4の数字を記入) |
|------|-----------|------|--------------------------|
| 基礎科目 | 数学 | 問 1 | |
| | 物理 | 問 2 | |
| | 化学 | 問 3 | |
| | 生物 | 問 4 | |
| 専門科目 | 共生環境デザイン学 | 問 1 | |
| | 環境科学 | 問 2 | |
| | 環境システム | 問 3 | |
| | 環境材料 | 問 4 | |

平成 28 年 8 月 24 日 (水)
13:00～15:30 実施

| | | |
|---------|---------------|----------|
| 物理【問 2】 | 第 1 志望 コース | 受験 番号 |
|---------|---------------|----------|

- (1) 図 1 のように、剛体滑車とバネを利用した錘（おもり）の振動について考える。滑らかな水平軸 O をもつ慣性モーメント I [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]、半径 a [m] の剛体滑車に質量の無視できる糸をかけて、糸の一端に質量 m [kg] の錘を取り付け、もう一端に質量の無視できるバネ定数 k [N/m] のバネを取り付けた。バネの另一端は床に固定され、糸と滑車とは滑ることがなく、また、糸は伸び縮みやたわみがなく、錘は鉛直軸上のみで移動するものとする。時刻 t [s] におけるバネの自然長からの伸びを $x(t)$ [m]、剛体滑車の回転角を時計回りの方向に $\theta(t)$ [rad] とする。バネに働く糸の張力を T_1 [N]、錘に働く糸の張力を T_2 [N] とする。錘の重力は mg [N] で、 g [m/s^2] は重力加速度である。以下の問に答えなさい。

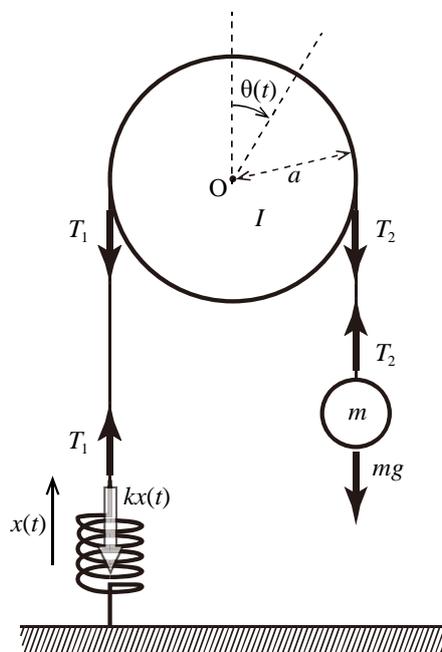


図 1 剛体滑車とバネを利用した錘の振動

- 剛体滑車の慣性モーメント I が無視できるとき、錘の振動の周期を求めなさい。
- 剛体滑車の回転の運動方程式を I 、 a 、 T_1 、 T_2 、 t 、 $\theta(t)$ を用いて表しなさい。
- 剛体滑車の質量が M [kg] で、その慣性モーメントが $I = \frac{1}{2}Ma^2$ と表せるとき、錘の振動の周期を求めなさい。
- 空気抵抗などの影響で、錘に錘の速度 v [m/s] に比例する減衰力 $-bv$ [N] が加わるとき、錘が減衰振動するための条件を求めなさい。 b は減衰係数である。なお、剛体滑車の慣性モーメントは I を用いなさい。

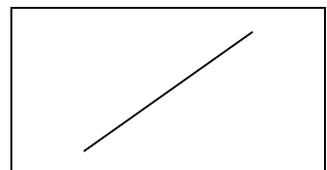
以下に記入すること

(a)

(b)

(c)

【裏面につづく】



以下に記入すること

(d)

以下に記入すること

| | | | | |
|---------|---------------|--|----------|--|
| 物理【問 2】 | 第 1 志望 コース | | 受験 番号 | |
|---------|---------------|--|----------|--|

(2) 以下の間に答えなさい。

- (a) 熱力学における熱の仕事当量について 50 字程度で説明しなさい。
- (b) ある閉じた系になされた仕事を W 、系に熱として輸送されたエネルギーを Q 、その結果起こる内部エネルギーの変化を ΔU として、熱力学の第一法則を数学的な形で表しなさい。
- (c) 熱力学の第二法則のトムソン（ケルビン）の原理とクラウジウスの原理を説明しなさい。また、普段の実生活において、トムソンの原理とクラウジウスの原理が表れている現象の具体例を、それぞれ一つ示しなさい。
- (d) カルノーサイクルを構成する四つの可逆過程を答えなさい。
- (e) 理想気体に対するカルノーサイクルを、圧力 (P) を縦軸に、体積 (V) を横軸にとって図示しなさい。
- (f) (e)で示したカルノーサイクルで囲まれた領域の面積が表す物理量を答えなさい。
- (g) 以下の文章中の () に入る二桁の整数を答えなさい。
「カルノー機関が 300°C の高熱源と 150°C の低熱源の間で働くとき、その熱効率は () % である。」

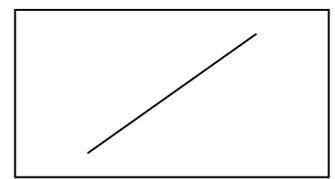
以下に記入すること

(2)

(a)

(b)

【裏面につづく】



以下に記入すること

(c)

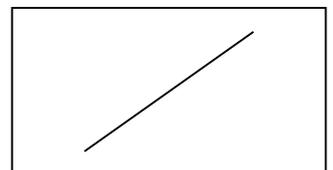
(d)

以下に記入すること

(e)

(f)

(g)



| | | | | |
|---------|---------------|--|----------|--|
| 物理【問 2】 | 第 1 志望 コース | | 受験 番号 | |
|---------|---------------|--|----------|--|

(3) 以下の問に答えなさい。

(a) 2本の非常に長い導線 a 、 b が距離 d [m] だけ離れて平行に置かれている。導線 a 、 b にそれぞれ電流 i_a [A] と i_b [A] が反対方向に流れている。透磁率を μ_0 [T·m/A] として、以下の問に答えなさい。

- (i) 導線 b 上の微小要素 ds によって任意の距離 r [m] にある点 P に作られる微小磁場 dB [T] を求めなさい。ここで、微小要素 ds と微小要素と点 P を結ぶ線のなす角を θ としなさい。
- (ii) (i) で求めた微小磁場 dB を積分することによって、導線 b に流れる電流によって導線 a 上に作られる磁場の大きさ B_b [T] を求めなさい。
- (iii) (ii) で求めた磁場 B_b によって導線 a 上の長さ L [m] の領域に働く力の大きさ F_{ab} [N] を求めなさい。このとき、その力の向きも併せて答えなさい。

(b) 図 1 に示すような断面の同軸円筒からなる長さ L [m] の円筒キャパシターがある。内円筒の外径が r_1 [m]、外円筒の内径が r_2 [m]、内円筒の外表面は正、外円筒の内表面は負に帯電している。その電荷の大きさは同じ q [C] であるとする。このとき、 $L \gg r_2$ であるため、円筒端部のエッジ効果は無視できるものとする。真空の誘電率を ϵ_0 [C²/N·m²] として、以下の問に答えなさい。

- (i) 円筒間が真空であるとき、円筒キャパシターの電気容量 C [F] を求めなさい。
- (ii) 図 2 のように内円筒と外円筒の間の空間の外側（斜線部）を比誘電率 κ の誘電体で満たしたとき、このときの内円筒外表面と外円筒内表面の間の電位差 V [V] を求めなさい。

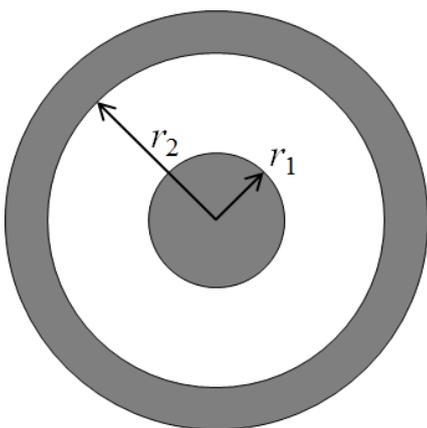


図 1 円筒キャパシター断面

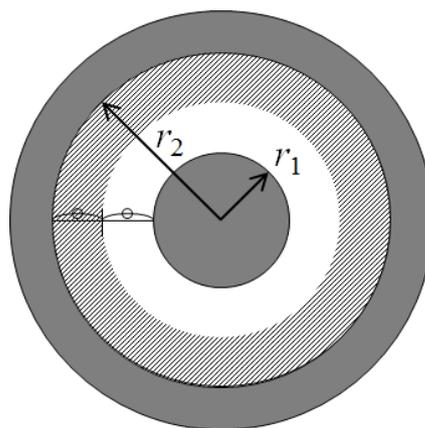


図 2 内空間外側を誘電体（斜線部）で満たした円筒キャパシター断面

以下に記入すること

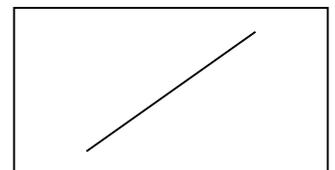
(3)

(a)(i)

(ii)

(iii)

【裏面につづく】



以下に記入すること

(b)(i)

(ii)

以下に記入すること

| | | | | |
|--------------|-------------|-------------|----------|--|
| 環境・エネルギー工学専攻 | 第1志望 コース | 環境工学 コース | 受験 番号 | |
|--------------|-------------|-------------|----------|--|

平成30年度入学大学院前期課程

環境・エネルギー工学専攻 環境工学コース

基礎科目・専門科目 入試問題

【注意】

- ・ 指示があるまで問題解答用紙に触れないでください。
- ・ 下表の科目より、基礎科目1科目、専門科目1科目を選択して解答してください。
- ・ 解答開始後、解答する科目を下表の4列目に出題番号を書いて示してください。
- ・ 解答開始後、本紙および受験科目の問題解答用紙に第1志望コースと受験番号を必ず記入してください。また、受験科目の問題解答用紙に汚損や破損がないか確認してください。
- ・ 試験終了後、すべての問題解答用紙を回収します。
- ・ 体調不良で退室が必要な場合、トイレに行く必要がある場合、用紙の汚損、破損等があった場合、そのほか質問等がある場合は、挙手をして試験監督に知らせてください。

受験科目一覧

| 科目分類 | 科目名 | 出題番号 | 受験科目番号記入欄 (1～4の数字を記入) |
|------|----------|------|--------------------------|
| 基礎科目 | 数学 | 問1 | |
| | 物理 | 問2 | |
| | 化学 | 問3 | |
| | 生物 | 問4 | |
| 専門科目 | 共生環境デザイン | 問1 | |
| | 環境科学 | 問2 | |
| | 環境システム | 問3 | |
| | 環境材料 | 問4 | |

平成29年8月23日(水)
13:00～15:30 実施

| | | | | |
|---------|---------------|--|----------|--|
| 物理【問 2】 | 第 1 志望 コース | | 受験 番号 | |
|---------|---------------|--|----------|--|

- (1) 図 1 のように半径 $2a$ [m] の円板が傾き θ [rad] の斜面を転がり降りている。ただし、円板の回転軸から半径 a [m] までの領域は面密度 3σ [kg/m²] の材質で、半径 a [m] から $2a$ [m] の領域は面密度 σ [kg/m²] の材質で構成されている。ここで斜面と円板の間に滑りはないとし、転がり摩擦は無視できるとする。はじめ円板は時刻 $t=0$ [s] で、地面から円板の中心までの高さ H [m] の位置で静止しており、その後、斜面を転がり降りた。円板が斜面に沿って転がる速度を v [m/s] とし、重力加速度は g [m/s²] とする。以下の問に答えなさい。

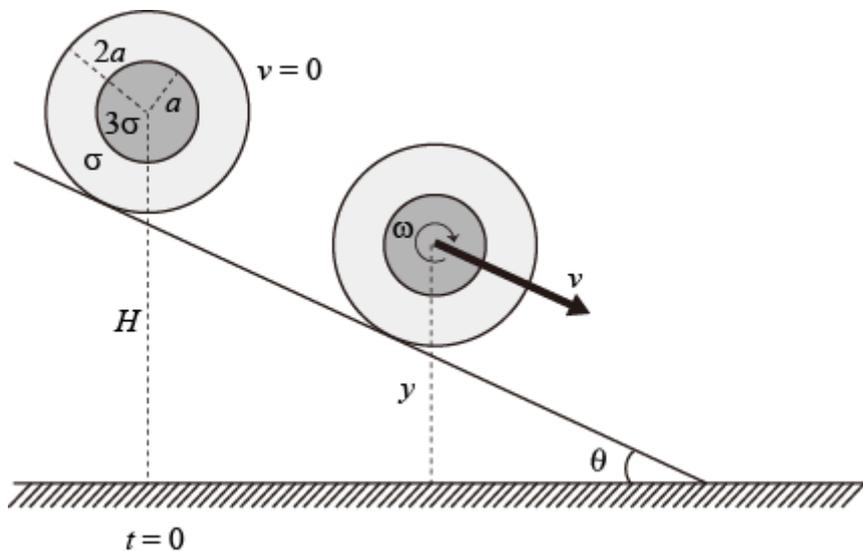


図 1 円板が斜面を転がり降りる様子の模式図

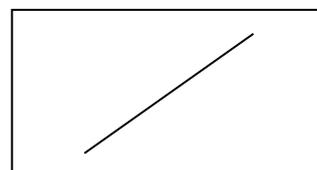
- (a) 円板の回転軸のまわりの慣性モーメント I [kg m²] を求めなさい。
- (b) 円板が高さ y [m] の位置にあるときの、円板の回転の角速度 ω [rad/s] を a, g, H, y を用いて表しなさい。
- (c) 斜面を転がり降りる円板の加速度 $\frac{dv}{dt}$ [m/s²] を g, θ を用いて表しなさい。

以下に記入すること

(1)

(a)

【裏面につづく】



以下に記入すること

(b)

以下に記入すること

(c)

| | | | | |
|---------|---------------|--|----------|--|
| 物理【問 2】 | 第 1 志望 コース | | 受験 番号 | |
|---------|---------------|--|----------|--|

(2) 以下の間に答えなさい。温度、圧力、体積、気体定数は、それぞれ、 T 、 P 、 V 、 R で示されるものとする。

- (a) ボイルの法則とゲイリュサックの法則を説明し、 n [mol]の理想気体の状態方程式を示しなさい。
- (b) n [mol]の実在気体の状態方程式 (van der Waals の式) を示し、理想気体の状態方程式との違いについて論じなさい。その際、必要に応じて、定数 a 、 b を用いなさい。
- (c) エンタルピー H を、内部エネルギー U 、圧力 P 、体積 V を用いて表しなさい。
- (d) 定積熱容量 C_V を、内部エネルギー U を用いて表しなさい。
- (e) 定圧熱容量 C_P を、エンタルピー H を用いて表しなさい。
- (f) 1 [mol]の理想気体の C_P と C_V の差が、 $C_P - C_V = R$ として表されることを示しなさい。

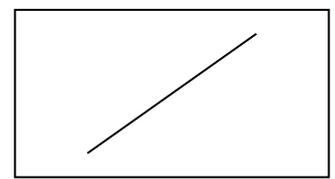
以下に記入すること

(2)

(a)

(b)

【裏面につづく】



以下に記入すること

(c)

(d)

(e)

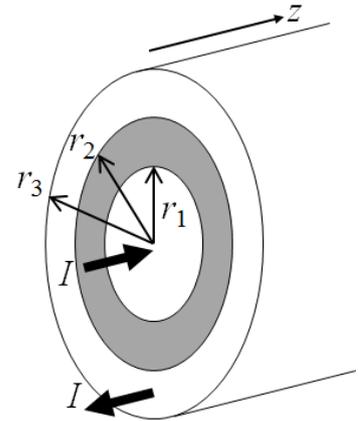
以下に記入すること

(f)

| | | |
|---------|---------------|----------|
| 物理【問 2】 | 第 1 志望 コース | 受験 番号 |
|---------|---------------|----------|

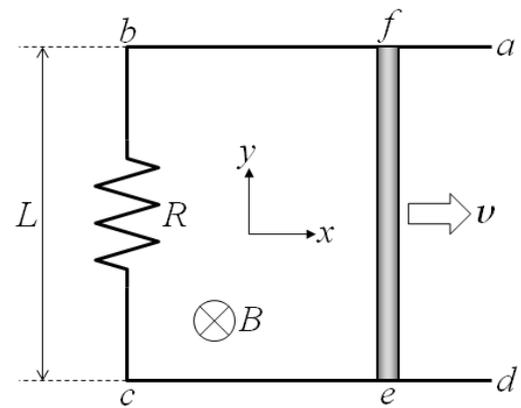
(3) 以下の問に答えなさい。

(a) 右図に示すような、内側導線、絶縁体、外側導線からなる z 方向に無限に伸びた同軸ケーブルを考える。内側導線の半径が r_1 [m]、絶縁体の外半径が r_2 [m]、外側導線の外半径が r_3 [m] である。内側導線には z 軸正方向に、外側導線には z 軸負方向に電流 I [A] が一様に流れている。透磁率はすべて μ_0 [T·m/A] であるとして、以下の問に答えなさい。



- (i) 内側導線内の同軸ケーブル中心から距離 r [m] ($r < r_1$) における磁場の大きさ B_1 [T] を求めなさい。
- (ii) 絶縁体内の同軸ケーブル中心から距離 r [m] ($r_1 \leq r \leq r_2$) における磁場の大きさ B_2 [T] を求めなさい。
- (iii) 外側導線内の同軸ケーブル中心から距離 r [m] ($r_2 < r < r_3$) における磁場の大きさ B_3 [T] を求めなさい。
- (iv) 同軸ケーブル外側の同軸ケーブル中心から距離 r [m] ($r \geq r_3$) における磁場の大きさ B_4 [T] を求めなさい。

(b) 右図に示すような xy 平面内にあるコの字型導線 $abcd$ と移動できる導体棒 ef からなるループを考える。 ab と cd は x 軸に、 bc は y 軸に平行に設置されている。 bc の長さは L [m] であり、 bc には R [Ω] の抵抗がある。この抵抗以外の導線および導体棒には抵抗はないものとする。ここで、 xy 平面に垂直で紙面の表から裏に向かう方向に一様な磁場 B [T] がかかっている。今、導体棒 ef が bc と平行を保ちながら x 軸正方向に速度 v [m/s] で移動するとする。以下の問に答えなさい。



- (i) 閉ループ $fbce$ に生じる誘導起電力 E_{ind} [V] を求めなさい。
- (ii) (i) で求めた誘導起電力により閉ループ $fbce$ に生じる誘導電流 I_{ind} [A] を求めなさい。ただし、ここでは E_{ind} の記号を用いず、問題文中に与えられた記号のみを用いて表すこと。また、このとき I_{ind} は閉ループ $fbce$ に対して図中において時計回りに流れるか、反時計回りに流れるかについて、物理的理由を明確に述べて答えなさい。

以下に記入すること

(3)

(a)

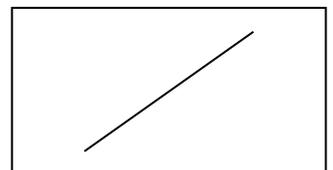
(i)

(ii)

(iii)

(iv)

【裏面につづく】



以下に記入すること

(b)

(i)

(ii)

以下に記入すること

| | | | | |
|--------------|-------------|-------------|----------|--|
| 環境・エネルギー工学専攻 | 第1志望 コース | 環境工学 コース | 受験 番号 | |
|--------------|-------------|-------------|----------|--|

平成31年度入学大学院前期課程

環境・エネルギー工学専攻 環境工学コース

基礎科目・専門科目 入試問題

【注意】

- ・ 指示があるまで問題解答用紙に触れないでください。
- ・ 下表の科目より、基礎科目1科目、専門科目1科目を選択して解答してください。
- ・ 解答開始後、解答する科目を下表の4列目に出題番号を書いて示してください。
- ・ 解答開始後、本紙および受験科目の問題解答用紙に第1志望コースと受験番号を必ず記入してください。また、受験科目の問題解答用紙に汚損や破損がないか確認してください。
- ・ 試験終了後、すべての問題解答用紙を回収します。
- ・ 体調不良で退室が必要な場合、トイレに行く必要がある場合、用紙の汚損、破損等があった場合、そのほか質問等がある場合は、挙手をして試験監督に知らせてください。

受験科目一覧

| 科目分類 | 科目名 | 出題番号 | 受験科目番号記入欄 (1～4の数字を記入) |
|------|----------|------|--------------------------|
| 基礎科目 | 数学 | 問1 | |
| | 物理 | 問2 | |
| | 化学 | 問3 | |
| 専門科目 | 共生環境デザイン | 問1 | |
| | 環境科学 | 問2 | |
| | 環境システム | 問3 | |
| | 環境材料 | 問4 | |

平成30年8月22日(水)
13:00～15:30 実施

| | | | | |
|---------|---------------|--|----------|--|
| 物理【問 2】 | 第 1 志望 コース | | 受験 番号 | |
|---------|---------------|--|----------|--|

- (1) 質量 M [kg] の一様な薄い一辺 a [m] の正方形の板を用意し、図 1 のように、正方形のひとつの頂点を固定軸 O に取り付け、物理振り子をつくった。物理振り子は、固定軸 O を中心に鉛直面内で微小振動している。物理振り子の重心を G とし、 OG の鉛直からの傾きを θ [rad] とする。また、重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。なお、物理振り子に対する摩擦や抵抗は無視する。以下の問に答えなさい。

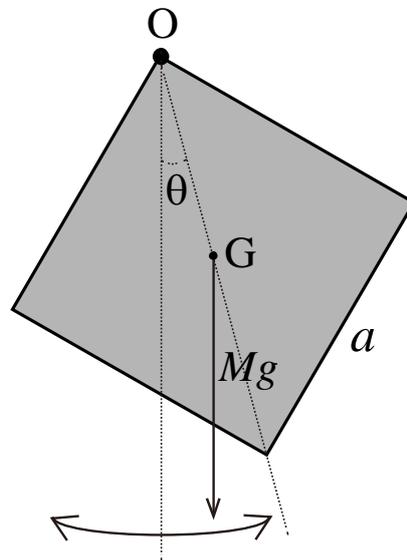


図 1 正方形の物理振り子

- (a) 物理振り子の固定軸 O まわりの慣性モーメント I [kg m²] を求めなさい。
- (b) 物理振り子の回転の運動エネルギー K [J] と重力による位置エネルギー U [J] を求めなさい。ただし、 $\theta=0$ のとき $U=0$ [J] とする。
- (c) 物理振り子の運動方程式を、ラグランジュの運動方程式から導きなさい。尚、ラグランジアンは $L=K-U$ [J]、ラグランジュの運動方程式は以下の式①で表される。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) = \frac{\partial L}{\partial \theta} \dots\dots\dots \text{①}$$

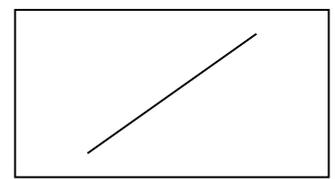
- (d) 微小振動している物理振り子の周期[s]を求めなさい。

以下に記入すること

(1)

(a)

【裏面につづく】



以下に記入すること

(b)

(c)

以下に記入すること

(d)

| | | | | |
|---------|---------------|--|----------|--|
| 物理【問 2】 | 第 1 志望 コース | | 受験 番号 | |
|---------|---------------|--|----------|--|

(2) 以下の問に答えなさい。

- (a) x 方向の速度 v_x を持つ質量 m 、密度 n の単原子分子気体を考える。粒子 1 個あたりの衝突による運動量の変化は \square (ア) であり、運動の向きを考慮して圧力に寄与する粒子の数が実質半分になると考えると、単位面積に単位時間あたり \square (イ) 個の粒子が衝突することから x 方向の圧力 P_x は、 $P_x = \square$ (ウ) と表せる。一方、粒子の運動が等方的で v_x^2 の平均値 $\langle v_x^2 \rangle$ が他の成分の平均値に等しく、 $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$ が成立する場合には $\langle v_x^2 \rangle = (1/3)\langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle = (1/3)\langle v^2 \rangle$ を用いて方向によらない圧力 P を

$$P = \square$$
 (エ) $(1/2)m\langle v^2 \rangle$

と表すことができる。ここで、全粒子数を N 、気体の体積を V とすると $n = (N/V)$ だから粒子の平均運動エネルギーと粒子数の積を内部エネルギー U と定義するとベルヌーイの式

$$PV = \square$$
 (オ)

が求まる。また、気体定数 R とアボガドロ数 N_A で記述されるボルツマン定数 $k = R/N_A$ を用いて $(1/2)m\langle v^2 \rangle = \square$ (カ) から温度 T を定義すると完全気体の状態方程式が得られる。

空白箇所(ア)～(カ)に入る適切な文字式を記号とともに解答欄に記しなさい。

- (b) 熱伝導率 κ は単位面積を通して熱エネルギー Q が運ばれる速さの温度勾配 (dT/dx) に対する比として定義される。すなわち、熱が伝わる面積を A とすると

$$\frac{1}{A} \frac{dQ}{dt} = -\kappa \frac{dT}{dx}$$

である。定圧比熱と定積比熱の比 γ を用いてベルヌーイの式を拡張した式 $PV = (\gamma - 1)Q$ から衝突過程と体積変化を無視する場合には、平均自由行程と気体分子の平均速度を l, v とすると

$$\kappa = \frac{knlv}{\gamma - 1}$$

が成立することを示しなさい。ここで、 n と k は気体分子の密度とボルツマン定数であり、完全気体の状態方程式から $P = nkT$ と表せる。また、気体分子の密度勾配は考えないものとする。

- (c) 状態方程式

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

に従う 1 モルの気体がある。ここで、 P と V は圧力と体積、 T は絶対温度、 R は気体定数であり、 a と b はそれぞれ正の定数である。気体の体積を V_1 から V_2 まで等温準静的に圧縮した場合における以下の問に答えなさい。

- (i) 気体になされた仕事を計算しなさい。
- (ii) 熱力学の第 1 法則 $dU = d'Q - pdV$ とエントロピー S の定義式 $dS = d'Q/T$ を用いてヘルムホルツ自由エネルギー $F = U - TS$ の変化量を求めなさい。ここで、 U は内部エネルギー、 $d'Q$ は微小な熱量をそれぞれ表す。
- (iii) エントロピーの変化量を求めなさい。
- (iv) 気体の発熱量を求めなさい。
- (v) 気体の内部エネルギーの変化量を求めなさい。

以下に記入すること

(2)

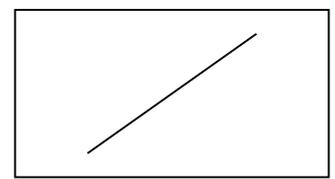
(a)

| | | | | | |
|-----|--|-----|--|-----|--|
| (ア) | | (イ) | | (ウ) | |
|-----|--|-----|--|-----|--|

| | | | | | |
|-----|--|-----|--|-----|--|
| (エ) | | (オ) | | (カ) | |
|-----|--|-----|--|-----|--|

(b)

【裏面につづく】



以下に記入すること

(c)

(i)

(ii)

(iii)

以下に記入すること

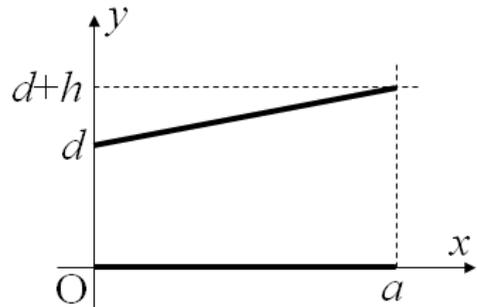
(iv)

(v)

| | | | |
|---------|---------------|----------|--|
| 物理【問 2】 | 第 1 志望 コース | 受験 番号 | |
|---------|---------------|----------|--|

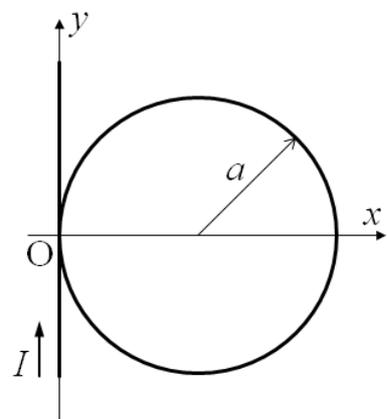
(3) 以下の間に答えなさい。

- (a) 右図に示すような、下部極板は x 軸に平行で軸上にあり、上部が傾いた平板キャパシタを考える。それぞれの極板の奥行き方向の長さは単位長さである。また、 d は a に比べ十分に小さく、 h は d に比べて十分に小さいものとする。この極板間に電位差 V_0 [V] をかけた。極板以外は全て真空とし、真空の誘電率を ϵ_0 [F/m] とし、以下の間に答えなさい。



- (i) 極板間の電位差 V_0 は x によらず一定である。このとき、極板間の電場を x の関数 $E(x)$ [V/m] として表しなさい。
- (ii) この平板キャパシタの電気容量 C [F] を求めなさい。

- (b) 右図に示すように、 y 軸上に無限に伸びた直線状の導線と、それに隣接し、中心が x 軸上にある半径 a [m] の 1 巻の円形コイルが xy 平面内にある。直線導線を y 軸正方向に電流 I [A] が流れている。真空の透磁率を μ_0 [T·m/A] とし、以下の間に答えなさい。ただし、直線導線と円形コイルは隣接しているが接していない、つまり電流は直線導線にのみ流れるものとして考えなさい。



- (i) $x > 0$ における直線導線が作る磁場の大きさを x の関数 $B(x)$ [T] として表しなさい。
- (ii) 円形コイルを貫く磁束 Φ [Wb] を求めなさい。
- (iii) 直線導線と円形コイルの相互インダクタンス M [H] を求めなさい。

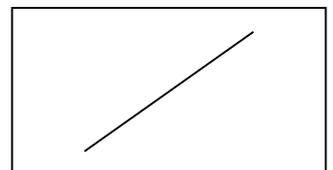
以下に記入すること

(3)

(a)(i)

(ii)

【裏面につづく】



以下に記入すること

(b)(i)

(ii)

以下に記入すること

(iii)

| | | | | |
|--------------|-------------|-------------|----------|--|
| 環境・エネルギー工学専攻 | 第1志望 コース | 環境工学 コース | 受験 番号 | |
|--------------|-------------|-------------|----------|--|

令和2年度入学大学院前期課程

環境・エネルギー工学専攻 環境工学コース

基礎科目・専門科目 入試問題

【注意】

- ・ 指示があるまで問題解答用紙に触れないでください。
- ・ 下表の科目より、基礎科目1科目、専門科目1科目を選択して解答してください。
- ・ 解答開始後、解答する科目を下表の4列目に出題番号を書いて示してください。
- ・ 解答開始後、本紙および受験科目の問題解答用紙に第1志望コースと受験番号を必ず記入してください。また、受験科目の問題解答用紙に汚損や破損がないか確認してください。
- ・ 試験終了後、すべての問題解答用紙を回収します。
- ・ 体調不良で退室が必要な場合、トイレに行く必要がある場合、用紙の汚損、破損等があった場合、そのほか質問等がある場合は、挙手をして試験監督に知らせてください。

受験科目一覧

| 科目分類 | 科目名 | 出題番号 | 受験科目番号記入欄 (1～4の数字を記入) |
|------|----------|------|--------------------------|
| 基礎科目 | 数学 | 問1 | |
| | 物理 | 問2 | |
| | 化学 | 問3 | |
| 専門科目 | 共生環境デザイン | 問1 | |
| | 環境科学 | 問2 | |
| | 環境システム | 問3 | |
| | 環境材料 | 問4 | |

令和元年8月21日(水)
13:00～15:30 実施

| | | |
|---------|---------------|----------|
| 物理【問 2】 | 第 1 志望 コース | 受験 番号 |
|---------|---------------|----------|

(1) 図 1-1 のように均質な材質で作られた半径 $2r$ [m] の中空円筒ローラーがあり、回転軸から半径 r [m] までの領域は中空になっている。中空円筒ローラーの質量は M [kg] である。この中空円筒ローラーを用いて力学実験を行った。以下の間に答えなさい。なお、重力加速度は g [m/s²] とする。

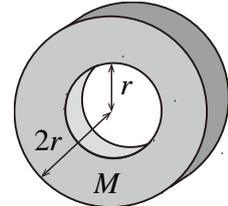


図 1-1 中空円筒ローラー

- (a) 中空円筒ローラーの回転軸のまわりの慣性モーメント I [kg m²] を r, M で表しなさい。
- (b) 図 1-2 のように中空円筒ローラーを傾き β [rad] の傾斜面に手で置いて静止させ、静かに手を放した後、中空円筒ローラーは斜面を転がり降りた。ここで斜面と円板の間には、滑りはないとし、転がりの静止摩擦力のみがあるものとする。斜面を転がり降りる中空円筒ローラーの加速度 a [m/s²] を g, β で表しなさい。

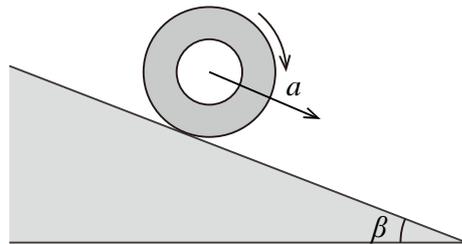


図 1-2 傾斜面を転がる中空円筒ローラー

(c) 次に、図 1-3 のように内径 R [m] ($R > 2r$) の円筒が水平面上に軸を水平にして床に固定されている。その中に中空円筒ローラーを入れ、変位を与えて静かに放し、周期 T [s] で微小振動させた。中空円筒ローラーと円筒内壁の間には、滑りはないとし、転がりの静止摩擦力のみがあるものとする。図中に示している O, H, G, P 点は常に同一鉛直面内にあり、それぞれ、 O 点は円筒の中心軸上にあつて、 H 点は O 点を通る鉛直線と円筒の内壁が交わる点で、 G 点は中空円筒ローラーの回転軸上にある。直線 OH と OG がなす角を θ とする。そして、 P 点は中空円筒ローラーと円筒内壁が接する点である。中空円筒ローラーが最下位置にあるとき(すなわち P 点が H 点にある)を基準として、移動する中空円筒ローラーの G 点を回転の中心とする P 点の回転角を ϕ とする。したがって、中空円筒ローラーと円筒内壁の間に滑りはないため、常に $R\theta = 2r\phi$ が成立している。この円筒の内径 R を r, g, T で表しなさい。

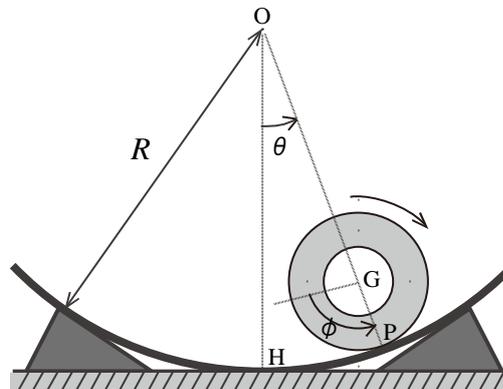


図 1-3 円筒内で微小振動する中空円筒ローラー

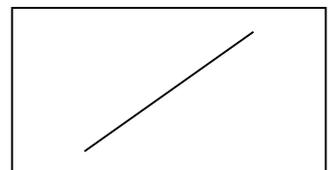
以下に記入すること

(1)

(a)

(b)

【裏面につづく】



以下に記入すること

(c)

以下に記入すること

| | | | | |
|---------|---------------|--|----------|--|
| 物理【問 2】 | 第 1 志望 コース | | 受験 番号 | |
|---------|---------------|--|----------|--|

(2) 以下の間に答えなさい。

(a) n モルの理想気体の等温可逆膨張を考える。温度は T で一定、初期状態 i から終状態 f まで変化する。初期状態での体積を V_i 、終状態での体積を V_f として以下の間に答えなさい。ただし、気体定数は R としなさい。

(i) このときの仕事 W を求めなさい。

(ii) (i)のときのエントロピー変化 ΔS を求めなさい。

(b) n モルの理想気体の断熱可逆膨張を考える。このとき温度は T_i から T_f まで、体積は V_i から V_f まで変化する。ここで、添字の i と f はそれぞれ初期状態と終状態を意味する。定積比熱 C_V が温度によらず一定として以下の間に答えなさい。ただし、気体定数は R としなさい。

(i) このときの内部エネルギーの変化 ΔU を求めなさい。

(ii) 断熱変化では $dU = dW$ (dW : 理想気体が膨張するときにする仕事) であることを利用して以下の式を導出しなさい。

$$T_f = T_i \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^{1/c}$$

ただし、 c は導出の過程で n 、 C_V および R を用いて定義しなさい。

(c) 内部エネルギー U 、エントロピー S 、体積 V がそれぞれ温度 T と圧力 p の関数であるとき ($U=U(T,p)$ 、 $S=S(T,p)$ 、 $V=V(T,p)$)、以下の間に答えなさい。ただし、気体定数は R としなさい。

(i) 以下の関係式が成り立つことを示しなさい。

$$\left(\frac{\partial U}{\partial p} \right)_T = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p - p \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$$

(ii) (i)の関係式を用いて、 n モルの理想気体の内部エネルギー U が圧力 p に依存しないことを示しなさい。

以下に記入すること

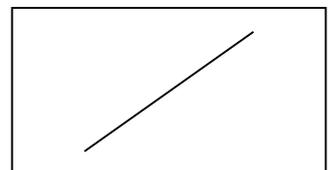
(2)

(a)

(i)

(ii)

【裏面につづく】



以下に記入すること

(b)

(i)

(ii)

以下に記入すること

(c)

(i)

(ii)

| | | | | |
|---------|---------------|--|----------|--|
| 物理【問 2】 | 第 1 志望 コース | | 受験 番号 | |
|---------|---------------|--|----------|--|

(3) 以下の問に答えなさい。

光速 c と電荷密度 ρ ならびに真空の誘電率 ϵ_0 を用いたマクスウェル方程式は以下の① - ④式である。

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \dots \text{①}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \dots \text{②}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \dots \text{③}$$

$$c^2 \nabla \times \mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\mathbf{j}}{\epsilon_0} \dots \text{④}$$

- (a) 式③が式②の発散と共存できること（式②左辺の発散の成分を計算して、式②右辺の発散に式③を代入した結果と同じになること）を示しなさい。
 (b) 任意の閉曲面 S の体積を V とした場合の任意ベクトル \mathbf{C} に対するガウスの定理

$$\int_S \mathbf{C} \cdot \mathbf{n} da = \int_V \nabla \cdot \mathbf{C} dV$$

(\mathbf{n} は S 上の面素 a に対する単位法線ベクトル) を用いて単位電荷が作る静電場における電荷密度 ρ が受けるクーロン力の式

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho}{r^2}$$

を導きなさい。 r は電荷間の距離を表すものとする。

- (c) 任意の曲面 S を囲む閉曲線を Γ とした場合の任意ベクトル \mathbf{C} に対するストークスの定理

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{C} \cdot d\mathbf{l} = \int_S (\nabla \times \mathbf{C}) \cdot \mathbf{n} da$$

を用いて磁束 Φ の時間変化が起電力を発生すること（ファラデーの法則）

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

を導きなさい。 \mathbf{l} は閉曲線 Γ 上の線素である。

- (d) 式④の発散をとることによって電荷保存の式

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

を導きなさい。

- (e) 任意のベクトル場 \mathbf{h} の 2 階微分の式 $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{h}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{h}) - \nabla^2 \mathbf{h}$ を用いて $\mathbf{j} = 0, \rho = 0$ で定義される空な空間では \mathbf{E} と \mathbf{B} が各々

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0, \nabla^2 \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0$$

を満たすことを示しなさい。

- (f) 式③に基づいて $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ と定義すると式②から

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

と書けることを示しなさい。 ϕ は静電ポテンシャルである。

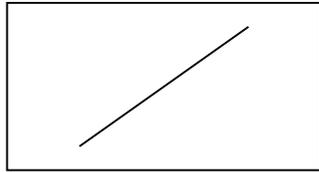
以下に記入すること

(3)

(a)

(b)

【裏面につづく】



以下に記入すること

(c)

(d)

以下に記入すること

(e)

(f)

| | | | | |
|-------------|-------------|-------------|----------|--|
| 環境エネルギー工学専攻 | 第1志望 コース | 環境工学 コース | 受験 番号 | |
|-------------|-------------|-------------|----------|--|

2021年度入学 大学院博士前期課程
環境エネルギー工学専攻 環境工学コース

| |
|---------------------------|
| 基礎科目・専門科目 入試問題 |
|---------------------------|

【注意】

- ・ 指示があるまで問題解答用紙に触れないでください。
- ・ 下表の科目より、基礎科目1科目、専門科目1科目をそれぞれ選択して解答してください。
- ・ 解答開始後、解答する科目の出題番号を下表の5列目に必ず記入してください。
- ・ 解答開始後、受験科目の問題解答用紙に第1志望コースと受験番号を必ず記入してください。
- ・ 問題解答用紙は、本紙を含めて、19枚です。解答開始後、落丁や不鮮明な箇所等があった場合は、挙手をして試験監督に知らせてください。
- ・ 試験中、体調不良で退室が必要な場合、トイレに行く必要がある場合、そのほか質問等がある場合は、挙手をして試験監督に知らせてください。
- ・ 試験終了後、本紙および、すべての問題解答用紙を回収します。

受験科目一覧

| 科目分類 | 出題番号 | 科目名 | 問題解答用紙 | 受験科目の出題番号記入欄 (問1～3のいずれかを記入) |
|------|------|----------|--------|--------------------------------|
| 基礎科目 | 問1 | 数学 | 3枚 | |
| | 問2 | 物理 | 3枚 | |
| | 問3 | 化学 | 3枚 | |
| 専門科目 | 問1 | 共生環境デザイン | 3枚 | |
| | 問2 | 環境科学 | 3枚 | |
| | 問3 | 環境システム | 3枚 | |

2020年8月19日(水)
13:00～15:30 実施

| | | | | |
|---------|---------------|--|----------|--|
| 【問 2】物理 | 第 1 志望 コース | | 受験 番号 | |
|---------|---------------|--|----------|--|

- (1) 図1に示すように、質量 m [kg]、長さ L [m] の一様な板の左端から $\frac{1}{3}L$ の位置に回転軸 O を取付け、左端より $\frac{2}{3}L$ の位置で、板はバネ定数 k [N/m] のバネで支持され、板は水平に保たれているとする。いま、手で板の上からバネを縮めて静かに手を放し、この板を微小振動させた。重力加速度を鉛直下向き、大きさ g [m/s²] とする。以下の間に答えなさい。なお、答えだけでなく導出過程も書きなさい。

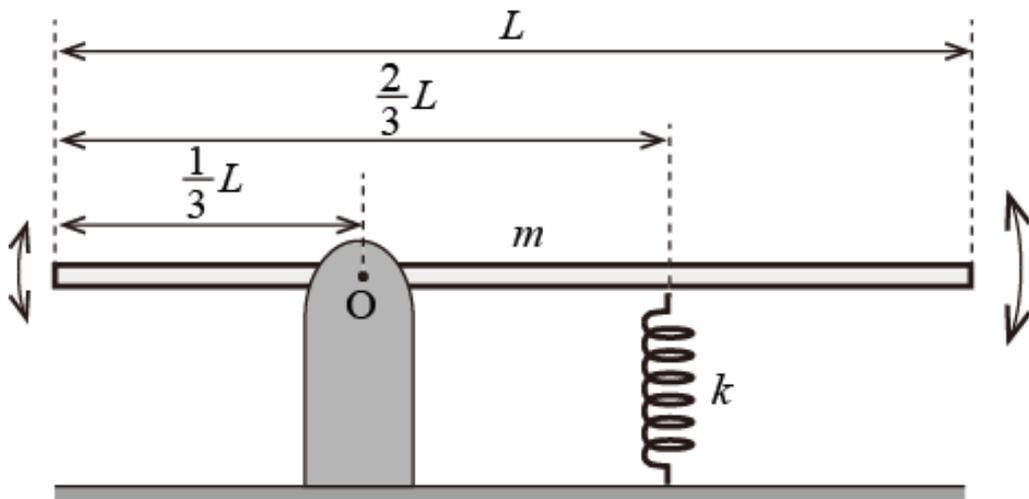


図 1

- (a) 板の回転軸 O のまわりの慣性モーメント [kg · m²] を m, L を用いて表しなさい。
- (b) 板が水平に保たれているとき、バネが板に与える力の大きさ [N] を m, g を用いて表しなさい。
- (c) 板の微小振動の周期 [s] を m, k を用いて表しなさい。

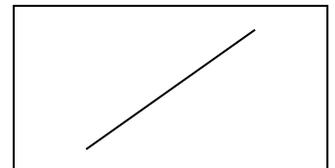
以下に記入すること

(1)

(a)

(b)

【裏面につづく】



以下に記入すること

(c)

以下に記入すること

| | | | | |
|---------|---------------|--|----------|--|
| 【問 2】物理 | 第 1 志望 コース | | 受験 番号 | |
|---------|---------------|--|----------|--|

(2) 以下の間に答えなさい。

(a) 断面積 A の円筒容器に温度 T_0 の理想気体 n [mol] をピストンで密封した。容器の内外の圧力はともに P_0 である。この気体の圧力を一定に保って熱量 Q を与えると、気体によりピストンが距離 d だけ動いた。気体定数を R として以下の間に答えなさい。

- (i) 気体の温度上昇 ΔT を求めなさい。
- (ii) この気体がした仕事 W を求めなさい。
- (iii) 気体の内部エネルギーの増加量 ΔU を求めなさい。

(b) 図 1 の PV 線図 (P : 圧力、 V : 体積) で示すような n [mol] の理想気体による等温膨張 ($A \rightarrow B$)、断熱膨張 ($B \rightarrow C$)、等温圧縮 ($C \rightarrow D$)、断熱圧縮 ($D \rightarrow A$) の 4 つの過程からなるカルノーサイクルを考える。二つの等温過程のうち、 $C \rightarrow D$ における温度を T_1 、 $A \rightarrow B$ における温度を T_2 とする。A~D 各点での体積をそれぞれ V_A 、 V_B 、 V_C 、 V_D 、気体定数を R 、比熱比を κ として以下の間に答えなさい。

(i) 以下の関係が成り立つことを示しなさい。

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$$

- (ii) このカルノーサイクルが $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ と一周する間に外部に対してなす仕事 W を求めなさい。
- (iii) 各点 A、B、C、D におけるエントロピーをそれぞれ S_A 、 S_B 、 S_C 、 S_D としたとき、各過程におけるエントロピー変化 ΔS_{AB} ($= S_B - S_A$)、 ΔS_{BC} ($= S_C - S_B$)、 ΔS_{CD} ($= S_D - S_C$)、 ΔS_{DA} ($= S_A - S_D$) をそれぞれ求めなさい。

(iv) このカルノーサイクルの熱効率 η を二つの温度 T_1 と T_2 を用いて表しなさい。

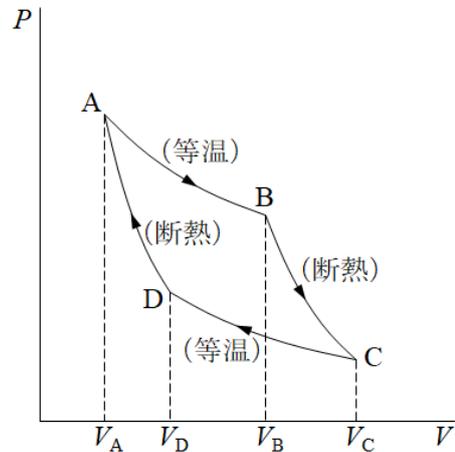


図 1

以下に記入すること

(2)

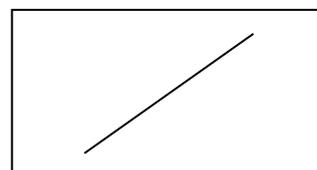
(a)

(i)

(ii)

(iii)

【裏面につづく】



以下に記入すること

(b)

(i)

(ii)

以下に記入すること

(iii)

(iv)

| | | | | |
|---------|---------------|--|----------|--|
| 【問 2】物理 | 第 1 志望 コース | | 受験 番号 | |
|---------|---------------|--|----------|--|

(3) 以下の間に答えなさい。

- (a) 図 1 に示すように、電気双極子モーメント \mathbf{p} が存在するとき、その中心から距離 r で、その方向から角度 θ にある点 O に形成される電場 \mathbf{E} は式(1)で表される。ここで、 ϵ_0 は真空の誘電率である。
- (i) 点 O における r 方向成分の電場 E_r およびそれに垂直な方向の成分の電場 E_θ を求めなさい。
- (ii) θ を 0° から 360° まで変化させた際に、点 O の電場の大きさ E が最大および最小となる θ を求めなさい。

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{\mathbf{p}}{r^3} + \frac{3\mathbf{r}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{p})}{r^5} \right] \quad (1)$$

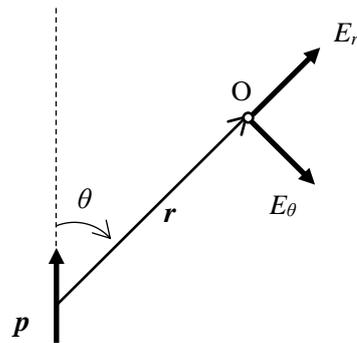


図 1

- (b) 半径 a の 2 つの円形コイルを、図 2 のように中心軸を共通にして $2b$ の間隔で配置する。真空の透磁率を μ_0 として以下の間に答えなさい。
- (i) コイル A に電流 I を流した。中心軸上の midpoint O に生じる磁場の大きさを求めなさい。
- (ii) コイル A および B に同じ向きに電流 I を流した時、点 O から距離 x の点 P に生じる磁場の大きさを求めなさい。

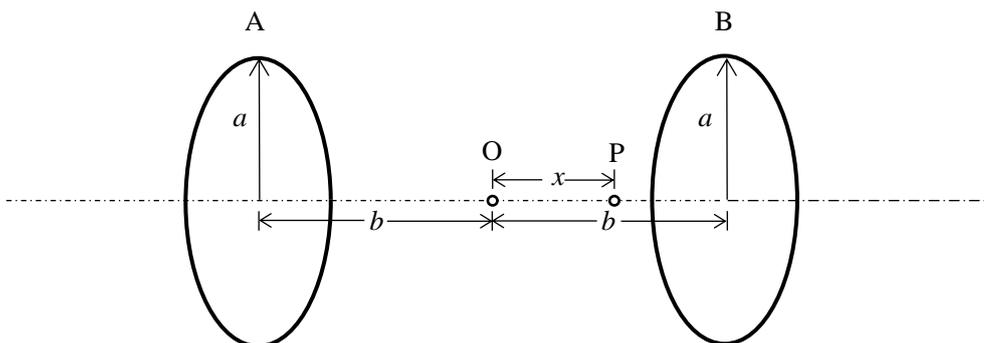


図 2

以下に記入すること

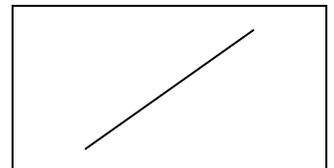
(3)

(a)

(i)

(ii)

【裏面につづく】



以下に記入すること

(b)

(i)

(ii)

以下に記入すること
