環境・エネルギー工学専攻

数学【問 １】	第１志望 コース		受験 番号	

（１）以下の問に答えなさい。

(a) 直交座標(x, y)を極座標(r, θ)に変換するとき、x, yのr, θに関するヤコビアンを求めなさい。ただし、$x = r\cos\theta$、$y = r\sin\theta$である。

(b) (a)の結果を利用して、以下の積分値を求めなさい。

(i) $\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-(x^2+y^2)} dxdy$

(ii) $\int_{-\infty}^\infty e^{-x^2} dx$

(c) 指数関数$f(x) = e^x$に関して、以下の(i) (ii)に答えなさい。

(i) $x = 0$の周りでのテイラー級数（マクローリン級数）で表したとき、①に当てはまる式を示しなさい。

$$\sum_{n=0}^{\infty} \boxed{①}$$

(ii) (i)で示した級数の収束半径を求めなさい。

以下に記入すること

（１）

(a)

(b)

(i)

(ii)

【裏面につづく】

以下に記入すること

(c)

(i)

(ii)

以下に記入すること

環境・エネルギー工学専攻

数学【問 1】	第１志望 コース		受験 番号	

（２）以下の問に答えなさい。

(a) 下記の行列 $\boldsymbol{A}$ と 3 次の単位行列 $\boldsymbol{I}$ を用いて $\boldsymbol{A}^2 - 5\boldsymbol{A} + 6\boldsymbol{I}$ を求めなさい。

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(b) 下記の値を求めなさい。

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2a & 3a \\ -1 & 1 & 2a & -2a \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & -2 & 4a \end{vmatrix}$$

(c) 下記行列 $\boldsymbol{B}$ の固有値、および各固有値に対する固有ベクトルを求め、行列 $\boldsymbol{B}$ が対角化可能であれば対角化しなさい。

$$\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

以下に記入すること

（２）

(a)

【裏面につづく】

以下に記入すること

(b)

以下に記入すること

(c)

環境・エネルギー工学専攻

数学【問 1】	第１志望 コース		受験 番号	

（３）以下の問に答えなさい。

(a) 正規分布に従う事象を N 回ランダムにサンプリングした。得られた観測値を $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_N)$ とする。また、観測値の平均値を $\bar{x}$ 、標本標準偏差を σ_x とする。次の(i)~(iii)に答えなさい。

(i) 母集団の平均値の推定値をその 95%信頼区間として答えなさい。なお、必要であれば図 1 内の数値を用いること。

(ii) 母集団標準偏差は既知で σ_0 とする。母集団の平均値を X とすると、これと異なるある数値 μ と X の間には λ の差異がある。このとき、X と μ が有意水準 5%で等しいといえないことを証明するために必要となるサンプル数はいくつと推定されるか答えなさい。ただし、X は未知数であることから、$\boldsymbol{x}$、$\bar{x}$ 、σ_0、λ を用いて答えること。

(iii) $y = A + B \cdot x$ という関係にある y がある。A、B は定数である。$\boldsymbol{x}$ に N 個の観測値を入力するとき、$\boldsymbol{y}$ の期待値と分散を答えなさい。

(b) 成功の確率を p とする二項分布は、n 回の試行（$n > 0$ とする）における成功の回数 x の確率密度関数が下式で与えられる。 n 回の試行において観測された成功の回数が m であるとき、下式を用いて p の最尤推定量を導出しなさい。最尤推定による導出過程も示すこと。

$$f(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$$

下表は下式で表される $I(x)$の数値を示す。なお、$g(z)$は平均を 0、標準偏差を 1 とする正規分布の確率密度関数を表し、表の 1 列目は数式内の x の小数点以下第 1 位までの数字、表の 1 行目は x の小数点以下第 2 位の数字を表す。

$$I(x) = \int_0^x g(z)dz$$

x	0	1	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0040	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
1.0	0.3413	0.3438	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.5	0.4332	0.4345	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817

図 1

以下に記入すること

（３）

(a)

【裏面につづく】

以下に記入すること

(b)

以下に記入すること